Wärmeabgabe erhitzter Platinbänder und -drähte. Nachweis der Reynolds'schen Konstanten K für verschiedene Gase.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Eberhard-Karls-Universität Tübingen

von

Karl Rieder
aus Lauterburg.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Tübingen
Druck von H. Laupp jr
1914.

Von der Fakultät angenommen
∴ am 16. Dezember 1912 ∴

Dem Andenken meines Vaters.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553613_0006

Inhaltsübersicht.

Seite

I. Teil. Wärmeabgabe erhitzter Platinbänder oder -drähte an ruhendes Gas oder an Gasströme . . . . . 7—29

I. Kapitel: Geschichtlicher Ueberblick und Versuchsanordnung 7—15

II. Kapitel: Messungen mit Platinbändern und -drähten . . . 16—29

Zusatz: Vergleichende Messungen mit verschiedenen Gasen 26—27

Zusammenfassung der Resultate . . . . . 28—29

II. Teil. Anwendung der Untersuchungsmethode des 1. Teils zum Nachweis der kritischen Geschwindigkeit bei Luft, Kohlensäure, Leuchtgas und Wasser . . . . . 29—39

Einleitung.

Die folgende Arbeit zerfällt in 2 Teile; der 1. Teil enthält Untersuchungen über die von einem erwärmten Platindraht oder -band an ruhendes Gas oder an künstlich erzeugte Gasströmungen abgegebene Wärme; der 2. Teil gibt eine neue Methode zur Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit bei Wasser, Luft, Kohlensäure, Sauerstoff und Leuchtgas.

I. Teil.

Wärmeabgabe erhitzter Platindrähte oder -bänder.

I. Kapitel.

Geschichtlicher Ueberblick und Versuchsanordnung.

Ueber die Wärmeabgabe erhitzter Drähte an ruhende Luft liegen mancherlei Untersuchungen vor. Schon Newton stellte folgendes Abkühlungsgesetz auf: Bei ruhender Luft ist die Wärmeabgabe eines Drahtes $\eta \cdot \Delta t \cdot 2R\pi \cdot l$, d. h. proportional der Oberfläche, der Temperaturdifferenz Δt zwischen erwärmtem Draht und Umgebung und proportional dem Wärmeabgabevermögen η, das abhängig ist vom Material selbst, seinen spezifischen Eigenschaften, seiner Oberflächenbeschaffenheit, von der Umgebung des Drahtes und der Art seiner Ausspannung.

Daß die Proportionalität mit Δt nur für kleine Temperaturdifferenzen gilt, ist schon lange bekannt; Alexander Perényi[1]) findet sogar nur Gültigkeit für 0,3° bis 3° C.

---

1) Elektrot. Zeitschrift V, 1884, pag. 321.

Dulong und Petit[1]) fanden bereits 1817 für die Wärmeabgabe eines Körpers in Luft:

$$W = \underbrace{m \cdot a^{\vartheta}(a^{\Delta t} - 1)}_{A} + \underbrace{n \cdot \Delta t^{b}}_{B}, \quad \text{wobei}$$

A = Anteil der Strahlung,
B = „ „ Konvektion und Leitung,
ϑ = Temperatur der umgebenden Luft in ^{0}C,
Δt = Temperaturerhöhung des erwärmten Körpers über die umgebende Luft.

Nach S. Tereschin[2]) ist der gesamte Wärmeverlust eines Platindrahtes in einem Temperaturbereich von 200° bis 1500° C:

$$Q = A(T^4 - T_0^4) + B(T - T_0)^{5/4}, \quad \text{wobei}$$

T die absolute Temperatur des Drahtes,
T_0 „ „ „ der Umgebung ist.

Der 1. Teil der rechten Seite ist das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz und gibt also den Anteil der Strahlung. Der 2. Teil ist die von Lorenz[3]) auf theoretischem Weg abgeleitete Formel für die Wärmeabgabe durch Leitung und Konvektion.

Aus den Versuchen W. L. Hartmanns[4]) folgt der Ausdruck

$$Q = a(T^4 - T_0^4) + b(T - T_0)$$

und nach einer Dissertation von Alexandra Wassiljewa[5]) genügt die Wärmeabgabe der Beziehung

$$Q = at + bt^2.$$

Abweichend von den Resultaten anderer Forscher findet H. Ebeling[6]) unter anderem, daß bei Drähten verschiedener Dicke die Wärmeabgabe umgekehrt proportional dem Radius sei, während Kennelly 1889[7]) schon aus seinen praktischen Versuchen gefolgert hatte, daß bei dünnen Drähten die Wärmeabgabe überhaupt unabhängig vom Radius sei. Jedoch zeigt Teichmüller[8]), daß Kennellys Betrachtungen nicht ganz einwandfrei seien. Die Resultate über Wärmeabgabe an ruhende Luft stimmen also nicht miteinander überein.

Ueber die Wärmeabgabe an künstlich erzeugte Luft-

1) Annales de chim. et de phys. 7, 1817.
2) Phys. Zeitschrift VI, 1905, p. 217.
3) Wied. Annal. 13, 1881, p. 582.
4) Phys. Zeitschrift 5, 1904, p. 579.
5) Diss. Göttingen 1905.
6) Annal. der Phys. 27, 1895, pag. 391.
7) The Electrician 24, 1889, pag. 142.
8) Stuttgart, 1905, pag. 28.

ströme, deren Untersuchung ein Hauptzweck folgender Arbeit ist, ist sehr wenig Material vorhanden. Overbeck[1]) hat hierüber eine sowohl theoretische als auch experimentelle Untersuchung veröffentlicht, auf die ich später noch zurückkommen werde.

Versuchsanordnung.

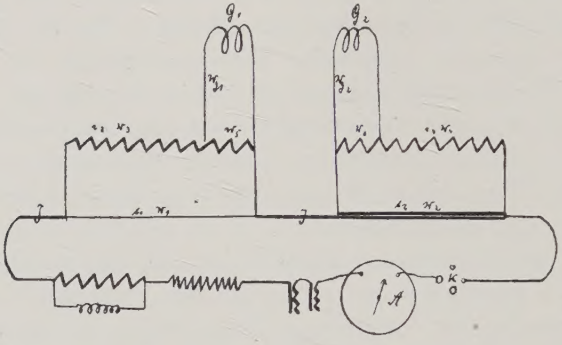
Das Prinzip der Messung ist folgendes: Die in einem Draht vom Widerstand w Ohm, der vom Strom i Ampère durchflossen wird, pro Sekunde entwickelte Wärmemenge ist i^2w Watt. Im Draht stellt sich ein Gleichgewicht her, wobei die pro Zeiteinheit im Draht abgelagerte Energie wieder an die Umgebung abgegeben wird; es ist also die abgegebene Wärmemenge von derselben Größe. Die mittlere Temperatur, die der Draht bei dem betreffenden Widerstand hat, läßt sich bestimmen. Wird nämlich durch den Draht ein Strom gesandt, der so schwach ist, daß eine merkliche Erwärmung nicht stattfindet, so entspricht der Widerstand des Drahtes der Temperatur der Umgebung. Beim Steigen des Stromes steigen Temperatur und Widerstand nach der Formel $w = w_0(1 + \alpha t)$, wobei w der nunmehrige Widerstand und t der Temperaturüberschuß des Drahtes über die Zimmertemperatur bedeutet. Hieraus berechnet sich also $\Delta t = \frac{w - w_0}{w_0 \alpha} = \frac{\Delta w}{w_0 \alpha}$. α = Temperaturkoeffizient des Drahtes.

Die *Widerstandsmessung* geschah mit Hilfe eines Paschen'schen Differentialgalvanometers. Die Vorzüge dieser Galvanometer, nämlich kurze Schwingungsdauer, starke Dämpfung und dadurch schnelle und genaue Ablesung, machten sie für die folgenden Untersuchungen besonders geeignet. Der Hauptstrom J durchfloß teilweise den zu untersuchenden Platindraht bzw. -band und einen noch weiteren Manganinwiderstand, der auch bei den stärksten Heizungen seinen Widerstand nicht änderte. Er war von derselben Größenordnung wie der Platinwiderstand, bestand aus einer bifilar gewickelten Manganindrahtspirale, deren Windungen durch Ueberstreichen mit einer Schellacklösung gut isoliert waren; er war in ein Petroleumbad eingetaucht. Nachdem er künstlich gealtert worden war, zeigte er sich während der ganzen Untersuchungen und auch bei den stärksten angewandten Strömen konstant. Sein Widerstand betrug 3,008 Ω oder (da alle zur Verfügung stehenden Widerstände Siemenseinheiten angeben) 3,197 *S.E.*

1) Annal. d. Physik 56, 1895, pag. 397.

Von den Enden des Platin- und denen des Manganinwiderstandes gingen Zweigleitungen durch große Widerstände und an jedem von diesen lagen im Nebenschluß eine Rolle des Differentialgalvanometers so, daß sie von dem Strom in entgegengesetzter Richtung durchflossen wurden.

Die folgende Figur gibt ein *Schema der Schaltung*:



Hierbei ist:

w_1 = Platinwiderstand,

w_2 = konstanter Manganinwiderstand,

w_{g1} und w_{g2} sind die einander gleich gemachten Widerstände der Galvanometerspulen samt ihren Zuleitungen,

von $w_5 = w_6$ wurde abgezweigt,

J = Intensität des Hauptstroms,

i_1, i_2 usf. sind die entsprechenden Ströme in den Zweigleitungen.

Das Galvanometer ist im Gleichgewicht, wenn die beiden die Rollen des Galvanometers im entgegengesetzten Sinn durchfließenden Ströme i_{g1} und i_{g2} einander gleich sind.

Aus den *Kirchhoff'schen Gesetzen* folgen die Beziehungen:

1) $i_1 + i_3 = i_2 + i_4 = J$,

2a) $i_1 w_1 = i_3 \left(w_3 + \frac{w_5 \cdot w_{g1}}{w_5 + w_{g1}}\right)$; 2b) $i_2 w_2 = i_4 \left(w_4 + \frac{w_6 \cdot w_{g2}}{w_6 + w_{g2}}\right)$,

3) da $w_5 = w_6$ und $w_{g1} = w_{g2}$, so ist

$$\frac{w_5 \cdot w_{g1}}{w_5 + w_{g1}} = \frac{w_6 \cdot w_{g2}}{w_6 + w_{g2}} = w_0 \text{ gesetzt. Da ferner}$$

4a) $i_5 w_5 = i_{g1} w_{g1}$ und 4b) $i_6 w_6 = 1_{g2} \cdot w_{g2}$;

außerdem Gleichgewichtsbedingung für das Galvanometer:

5) $i_{g1} = i_{g2}$.

Mit 3) und 5) folgt aus Gleichung 4a) und 4b)

6) $i_5 = i_6$,

da 7a) $i_3 = i_5 + i_{g1}$; 7b) $i_4 = i_6 + i_{g2}$; aus 5) und 6) dann

8) $i_3 = i_4$ und nach 1) $i_1 = i_2$.

Damit folgt aus 2a) und 2b) die Gleichung für die Berechnung des Widerstandes des Platindrahtes:

Ia) $\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3 + w_0}{w_4 + w_0}$: oder setzt man $\begin{matrix} w_3 + w_0 = W_1 \\ w_4 + w_0 = W_2 \end{matrix}$, so folgt

I) $w_1 = w_2 \cdot \frac{W_1}{W_2}$: Widerstand des Platindrahts.

Für den Strom i_1, der den Platindraht durchfließt und heizt, gilt aus 1) und 2)

10) $i_1 = \frac{J(w_3 + w_0)}{w_0 + w_1 + w_3} = \frac{J W_1}{W_1 + w_1}$; analog

11) $i_2 = \frac{J(w_4 + w_0)}{w_0 + w_2 + w_4} = J \cdot \frac{W_2}{W_2 + w_2}$; da $i_1 = i_2$

12) $i_1 = J \cdot \frac{W_2}{W_2 + w_2} = J \cdot C$, wobei C ein konstanter Faktor ist,

denn der Ausdruck C war während ganzer Messungsreihen konstant gehalten, z. B. für alle Messungen mit Platinbändern hatte er dieselbe Größe, ebenso wieder für alle Messungen mit Drähten; er ist auf Seite 22 bei Berechnung der Korrektionen angegeben. Mit jeder Aenderung von Δt des Heizbolometers änderte sich dessen Widerstand w_1, also nach I) W_1 (denn w_2 und W_2 wurden konstant gehalten), also auch w_3: durch alleinige Aenderung von w_3 wurden also die verschiedenen Heizungen erzielt.

Die 3 Formeln:

$$\text{I.} \quad w_1 = w_2 \cdot \frac{W_1}{W_2},$$

$$\text{II.} \quad i_1 = J \cdot \frac{W_2}{W_2 + w_2},$$

$$\text{III.} \quad \Delta t = \frac{\Delta w}{w_1 \alpha}$$

lassen die 3 nötigen Größen berechnen.

Die Ausführung einer Messung im einzelnen ist später angegeben.

Zu Formel I) ist noch zu bemerken: Sind w_3 und w_4 groß gegenüber w_0, so lassen sich die w_0 gegenüber w_3 und w_4 vernachlässigen und man erhält: $w_1 = w_2 \cdot \frac{w_3}{w_4}$.

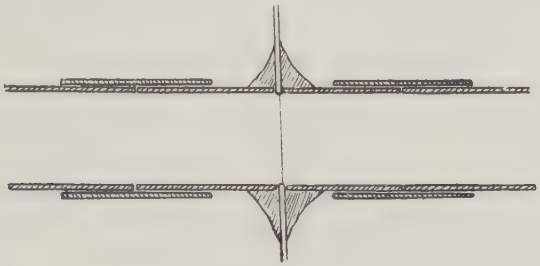
Zu Formel II) ist beizufügen: Ist w_2 klein gegenüber W_2, so nähert sich der Ausdruck $\frac{W_2}{W_2 + w_2}$, also die oben genannte Größe C,

sehr der Einheit und i weicht wenig ab von dem abgelesenen Strom J. Die Berechnung für spezielle Fälle ist ausgeführt Seite 22.

Den *Heizstrom* lieferten einige Akkumulatoren, gemessen wurde er durch ein Präzisions-Volt- und Amperemeter von Siemens und Halske. Auf die Art und Genauigkeit der Stromablesung soll später bei den einzelnen Messungen noch zurückgekommen werden. In den Hauptstromkreis waren außer dem Kommutator noch 2 Schiebewiderstände aus Manganindraht zur Regulierung der Stromstärke eingeschaltet; der größere von beiden diente zur rohen Einstellung; der kleinere, dem überdies noch ein kleiner Manganinwiderstand in Form einer Drahtspirale parallel gelegt war, diente zur genauen Abgleichung, denn es war nötig, zur Regulierung des Platinwiderstandes die geringsten Stromänderungen genau herstellen zu können.

Anordnung der Platindrähte und -bänder in der Versuchsröhre. Die Art der Ausspannung, teils senkrecht zur Röhrenachse, teils schief usf. soll bei jeder einzelnen Anordnung angegeben werden. Die verwendeten Platindrähte waren von 2 verschiedenen Dicken; durch Mikroskop mit Okularmikrometer wurden ihre Durchmesser ermittelt zu 0,0531 mm und 0,02065 mm. Eine Vergleichung des Widerstandes der Längeneinheit ergab, daß bei verschiedenen Drahtstücken, die verglichen wurden, das Kaliber dasselbe war, und daß sich für Drähte verschiedener Dicke die Widerstände umgekehrt wie die Quadrate der gemessenen Radien verhielten. Die Längen der Platindrähte, wie auch die Dimensionen der Platinbänder konnten mit dem Zeiß'schen Komparator mit großer Genauigkeit gemessen werden, nachdem sie vorher an ihre Zuleitungen, die aus kräftigen Kupferdrähten bestanden, angelötet waren. Hierbei war darauf zu achten, daß das Lot an der Grenzstelle Kupfer-Platin nicht auf letzteres hereinfloß, und damit die Länge des Bolometerstreifens in unkontrollierbarer Weise beeinflußte. Das Einspannen der Bolometerzweige in die Glasröhre geschah anfangs in der Weise, daß an die Glasröhre kleine Rohrstutzen angeblasen wurden und dann durch Korke die Zuführungsdrähte eingespannt. Da sich aber durch das Anblasen der Querschnitt der Röhre immer veränderte, so wurden später 2 Löcher eingebohrt, der Draht eingesetzt und die zuführenden Kupferdrähte mittelst Siegellack an die Glasröhre festgekittet. Es wurde auf diese Weise eine genügende Festigkeit erreicht. Das hatte den weiteren Vorteil, daß für die vielen Abänderungen, die in der Art der Ausspannung gemacht wurden,

immer ein kurzer Stutzen der Glasröhre genügte. Dessen Enden wurden an die 2 andern längeren Röhrenstücke angefügt und an ihrer Berührungsstelle über beide eine sie eng umschließende Glashülse gezogen, die mit Siegellack luftdicht befestigt wurde. Die ganze Versuchsröhre hatte eine Länge von ca. 100 cm; das hatte den Zweck, den Luftstrom, der durch die Röhre geblasen wurde, in einen stationären Strömungszustand kommen zu lassen, bevor er an dem Bolometer vorüberstrich.



Zur *Erzeugung des Luftstroms* diente ein *Gasometer*. Durch Hochziehen der Glocke wurde aus dem Versuchsraum Luft eingesogen und dann durch Belasten der Gasometerglocke wieder ausgetrieben. Es zeigte sich, daß der Ausfluß lange Zeit hindurch konstant war, wenn die Glocke stark belastet und durch den Ausflußhahn die Geschwindigkeit des Luftstroms reguliert wurde. Für eine bestimmte Stellung des Hahns blieb die Einstellung des Rotamessers (s. u.) konstant, ein Beweis für die konstante Geschwindigkeit des Luftstroms. Dieser wurde nach Verlassen des Gasometers durch Chlorkalciumröhren getrocknet, durch eine aus Messingblech gefertigte in ein Wasserbad von Zimmertemperatur eingelegte Kühlschlange geleitet und dann zunächst in ein Reservoir, bestehend in einem großen Glaskolben, geleitet. Dieses hatte etwaige Unregelmäßigkeiten in der Ausflußgeschwindigkeit der Luft aus dem Gasometer, die verursacht sein konnten durch ein ruckweises Fallen der Glocke infolge der Reibung an den Wänden, auszugleichen.

Die *Geschwindigkeit des Luftstroms*, bzw. das in einer gewissen Zeit durchgeflossene Volumen wurde gemessen durch den Rotamesser. Aus der Theorie des Messers[1]) geht hervor, daß sich für verschiedene durchstreichende Gase während einer gleichen Zeit ihre Volumina umgekehrt verhalten wie die Wurzeln aus ihren

1) Chemikerzeitung 1910, 81.

Dichten, wenn der Schwimmer beidemal gleich hoch steht. Der zur Verfügung stehende Rotamesser war für Luft geeicht; bei Untersuchungen mit anderen Gasen, die später angestellt wurden, konnte also das für Luft abgelesene Volumen auf das untersuchte Gas umgerechnet werden. Nur für Wasserstoff war er wegen der geringen Dichte dieses Gases nicht zu verwenden. Es mußte hierzu eine besondere Anordnung gemacht werden. Der Meßbereich des Rotamessers ging von 5 l bis ungefähr 100 l pro Stunde; wird dieses Volumen mittelst des Durchmessers der Röhre umgerechnet, so erhält man die Geschwindigkeit in cm/sec mit großer Genauigkeit. Die bei allen Messungen dieses Abschnitts benützten Glasröhren hatten eine lichte Weite von 2,0652 cm; ist l die Zahl der pro Stunde durch die Röhre geflossenen Litermenge, so ist die Geschwindigkeit $v = l \cdot 0{,}0820$ cm/sec.

Bei allen Messungen wurde darauf geachtet, daß die Temperatur im Arbeitsraum konstant blieb.

Der *Verlauf einer Messung* war folgender:

Der Widerstand des Bolometers wurde zunächst, indem ein ganz schwacher Strom hindurchgesandt wurde, nach der oben abgeleiteten Formel bei Zimmertemperatur bestimmt; es wurde also am Widerstand w_3 so lange gestöpselt, bis das Galvanometer (auch für kommutierten Strom) genau seine Nulllage erreicht hatte. Darnach wurden der Widerstand und damit die Temperatur des Meßdrahts bzw. -streifens durch Vergrößerung von w_3 und durch Verstärken des Heizstroms, bis das Differentialgalvanometer wieder seine Nulllage erreicht hatte, auf einen beliebigen Betrag erhöht. Es stellte sich bald ein stationärer Zustand her. Das Quadrat des hierbei abgelesenen Stromes, umgerechnet auf den Teil von ihm, der den Meßstreifen durchfloß, und sodann multipliziert mit dem Widerstand w_1 (den Strom in Ampère und den Widerstand in Ohm gemessen) ergab in Watt die an die Umgebung abgegebene Wärmemenge bei ruhender Luft. Nun wurden Luftströme gegen das Bolometer geblasen; dadurch wurde es abgekühlt, sein Widerstand und damit seine Temperatur sanken; durch alleinige Verstärkung des elektrischen Stromes wurde solange nachgeheizt, bis Widerstand und Temperatur wieder ihre ursprüngliche Größe erreicht hatten, d. h. bis das Galvanometer wieder in die Nulllage gekommen war. Während einer solchen Messung waren also Widerstand und Temperatur des Bolometers konstant, Luftstrom und Heizstrom änderten sich. Aus dieser einen Beobachtungsreihe ergab sich also die Ab-

hängigkeit der weggeführten Wärme von der Geschwindigkeit des Luftstroms bei konstanter Temperaturdifferenz. Es wurden noch eine Anzahl Messungen bei verändertem Δt gemacht; aus einer ganzen Gruppe solcher Meßreihen ließ sich für ruhende Luft und für Luftströme die Beziehung zwischen der abgegebenen Energie und der Temperaturdifferenz finden.

Durch Anwendung von Bändern und Drähten verschiedener Oberfläche, sowie durch Abänderungen in der Art ihrer Anordnung in der Versuchsröhre wurde auch die Abhängigkeit des Wärmeverlustes von diesen Umständen geprüft.

Es ließen sich also folgende *Fragen* beantworten:

1. Welche Wärmemenge gibt die Oberflächeneinheit eines Platindrahtes oder -bandes bei einer Temperaturdifferenz von 1° C zwischen Bolometer und Umgebung ab

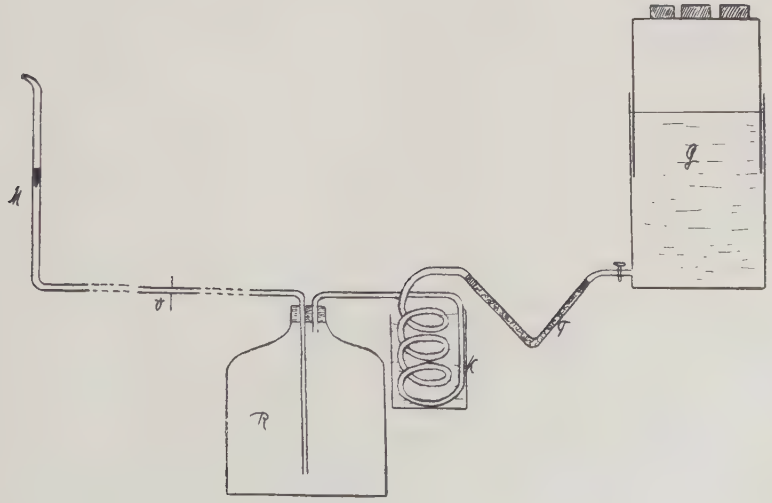
a) an ruhende Luft,

b) an einen Luftstrom, dessen Geschwindigkeit 1 cm/sec ist?

2. Sind diese Wärmemengen für Bänder und Drähte dieselben; sind sie abhängig von der geometrischen Anordnung?

Folgende Figur ist eine schematische Darstellung der Versuchsanordnung.

G = Gasometer, R = Reservoir,
T = Trockenröhren, V = Versuchsröhre, hier wagrecht liegend,
K = Kühlschlange, M = Rotamesser.



II. Kapitel.

Messungen mit Platinbändern und -drähten.

Es wurden je 2 Platinbänder und auch 2 Platindrähte von verschiedener Oberfläche benützt.

	Platinband I	*Platinband II*
dessen Länge	1,3647 cm ;	1,5981 cm ;
„ Breite	0,1470 cm ;	0,1700 cm ;
„ Oberfläche	0,2006 cm^2;	0,2717 cm^2;

	Platindraht I	*Platindraht II*
Länge	1,3141 cm ;	1,5465 cm ;
Durchmesser	0,00531 cm ;	0,002605 cm ;
Oberfläche	$0{,}291 \cdot 10^{-4}$ cm^2;	$0{,}824 \cdot 10^{-5}$ cm^2.

Die Weite der benützten Glasröhre war 2,0652 cm, die Geschwindigkeiten des Luftstroms reichten im allgemeinen bis 8,3 cm/sec; nur bei einer orientierenden Messung wurde sie durch eine besondere Anordnung weiter gesteigert.

Aus der großen Anzahl von Messungen, die zur Verfügung standen, sind in den folgenden Tabellen nur 2 Gruppen mitgeteilt. An ihnen soll gezeigt werden, wie auf Grund der Beobachtungen die Resultate gewonnen wurden. Bei beiden Gruppen war die geometrische Anordnung dieselbe: ein Platinband war bei einer senkrecht stehenden Glasröhre in Richtung des Luftstroms, der von unten nach oben floß, wagrecht in der Röhre ausgespannt. Die Messungen unterscheiden sich nur dadurch, daß die Bänder verschiedene Oberfläche hatten; in Tabelle I ist Platinband I, in Tabelle II Platinband II benützt.

In den Tabellen enthält die erste Vertikalreihe den am Ampèremeter abgelesenen Hauptstrom J, die zweite Reihe das am Rotamesser abgelesene Volumen in l/Stde., in der dritten Reihe stehen die J^2 und in der vierten Reihe ist $J^2 - J_0^2$ berechnet, wobei J_0 der bei ruhender Luft abgelesene Hauptstrom ist. Vor jeder Versuchsreihe sind unter Δt die Temperaturdifferenz zwischen dem erhitzten Bolometer und der Umgebung, und unter w der dieser Erwärmung entsprechende Widerstand angegeben, beide nach den oben angegebenen Formeln aus den Stöpselungen berechnet. Als Temperaturkoeffizient wurde $\alpha = 0{,}0003$ genommen.

Die Korrektion, die an dem Hauptstrom J anzubringen ist, um aus ihm den das Platinband durchfließenden Strom i_1 zu erhalten, sowie

die Umrechnung der bei den Messungen durchweg benützten Siemenseinheiten auf Ohm ist erst am Schluß bei der Zusammenstellung der Resultate angebracht, um die Uebersichtlichkeit der Rechnungen nicht zu beeinflussen; außerdem ist der Einfluß beider Korrektionen auf den endgültigen Wert ein sehr geringer. Es möge also das J^2w, wie es sich aus den Tabellen ergibt, einstweilen als eine der erzeugten Wärme proportionale Größe angesehen werden. Die Umrechnung des Volumens auf Geschwindigkeit ist in den Tabellen nicht ausgeführt, da der oben angegebene Reduktionsfaktor für sämtliche Messungen derselbe ist.

Tabelle I.

Platinband I in senkrechter Röhre.

J in Amp. 10^3	l/St.	$J^2 \cdot 10^3$	$(J^2-J_0^2)$ 10^3	J in Amp. 10^3	l/St.	$J^2 \cdot 10^3$	$(J^2-J_0^2)$ 10^3	J in Amp. 10^3	l/St.	$J^2 \cdot 10^3$	$(J^2-J_0^2)$ 10^3
1) $\Delta t = 48{,}79°$ C; $w = 0{,}420$ *SE.*				2) $\Delta t = 65{,}96°$ C; $w = 0{,}4436$ *SE.*				3) $\Delta t = 72{,}78°$ C; $w = 0{,}453$ *SE.*			
554,5	0	307,5	0	664	0	441	0	701	0	491,4	0
574	14,4	329,4	22	681	13,25	463,8	22,7	722	15,5	521,3	30
584	23,8	341,6	34,1	692,5	22,9	479,5	38,5	733	23,0	537,3	46
595,5	33,9	354,6	47,2	704,5	32,3	496,3	55,3	744,5	31,9	554,3	63
603	40,0	363,6	56,1	712,5	38,5	507,6	66,6	755	40,0	570,0	78,6
613	48,0	375,8	68,3	722,5	47,0	522,0	81,0	766,5	49,0	587,5	95,6
626	59,9	391,9	84,4	734	55,3	538,7	97,7	779	59,4	606,8	115,4
640	72,0	409,6	102,1	744,5	64,3	554,3	113,3	791	69,2	625,7	134,3
653	83,2	426,4	118,9	759	76,9	576,1	135,1	807	87,9	651,2	160
664,5	95,6	441,4	134,1	769	85,0	591,4	150,4	822	95,2	675,7	184
673	105,0	453	145,4	790	104	624,1	183,1	832,5	104,1	693.0	201,6
4) $\Delta t = 83{,}01°$ C; $w = 0{,}4675$ *SE.*				5) $\Delta t = 94{,}4°$ C; $w = 0{,}483$ *SE.*							
757	0	573	0	809	0	654,4	0				
784	18,0	614,6	41,6	834	17,5	695,5	41,0				
796	27,0	633,6	60,6	845	25,0	714	59,6				
807	35,3	651,2	78,2	855	33,1	731	75,6				
819	44,8	670,7	97,7	864,5	40,1	747,3	93,0				
834,5	56,0	696,4	113,4	878	49,5	770,8	116,4				
846	65,2	715,7	142,7	891,5	59,8	794,8	140,4				
858,5	75,0	737,0	164.0	903	69,0	815,4	161.0				
873	87,5	762,0	189,1	919,5	80,9	845,5	191,0				
885	97,2	783,2	210,2	933,5	93,0	871,4	217,0				
895	106,5	801.0	228	948	104,4	898,7	244,3				

Diskussion der Beobachtungen.

Die ohne künstliche Luftströme von dem erwärmten Band an die Luft abgegebene Wärme setzt sich aus drei Teilen zusammen, aus Strahlung, Leitung und Strömung oder Konvektion. Wird nun

Tabelle II.

Platinband II in senkrechter Röhre.

J in Amp. 10^3	1/St.	$J^2 \cdot 10^3$	$(J^2-J_0^2)$ 10^3	J in Amp. 10^3	1/St.	$J^2 \cdot 10^3$	$(J^2-J_0^2)$ 10^3	J in Amp. 10^3	1/St.	$J^2 \cdot 10^3$	$(J^2-J_0^2)$ 10^3
1) $\Delta t = 34{,}17°$ C; $w = 0{,}404$ *SE.*				2) $\Delta t = 44{,}88°$ C; $w = 0{,}410$ *SE.*				3) $\Delta t = 55{,}68°$ C; $w = 0{,}4357$ *SE.*			
514	0	264,2	0	608,5	0	370,3	0	694,5	0	482,3	0
528,5	10,9	279,3	15,1	625,5	12,4	391,2	20,9	716,5	15,4	513,4	31,1
544	22,6	296,0	31,8	639,5	22,65	409	38,7	729,7	24,5	532,2	50,8
554,5	32,0	307,5	43,3	651,5	31,3	424,4	54,1	741,5	33,4	549,8	67,5
564	39,0	318,1	53,9	662	38,8	438,2	67,9	751,5	40,0	564,7	82,4
572	46,0	327,2	63,0	668,5	44,1	446,9	76,6	765,0	50,0	585,2	103,0
583	55,0	349,0	75,7	694,5	64,7	482,3	112,6	779	60.2	606,8	124.5
593,5	65,2	352,2	88,0	710	76,2	504,1	133,8	790,5	69,0	625,0	142,6
604	74,0	364,8	100,6	721	86,0	519,8	149,5	806	80,3	649,6	167,3
				731,5	96,0	535,1	164,8	833	102	694,0	211,6
4) $\Delta t = 70{,}37°$ C; $w = 0{,}458$ *SE.*				5) $\Delta t = 88{,}24°$ C; $w = 0{,}4834$ *SE.*				6) $\Delta t = 105{,}0°$ C; $w = 0{,}5072$ *SE.*			
742	0	627,3	0	902,5	0	814,5	0	990	0	980	0
809	12,0	654,5	27,2	923	12,5	852,6	37,5	1011	14,2	1022	42,0
824	23,0	679,0	51,7	937	22,0	878,0	63.5	1020	20,5	1040,4	60,3
840	33.3	705,6	78,3	961	37,1	923,5	109	1043,5	35.3	1088,8	108,7
863	49,5	744,8	117,5	972	45,1	944,8	130,3	1074	55,2	1153,5	173,4
878,5	60,0	771,7	144,5	985	53,5	970,2	155,7	1086	64,2	1179,4	199,3
990,5	69,2	793,0	165,7	1003	65,8	1006,0	191,5	1104	67,1	1218.8	238,7
921	92,0	848,2	221,0	1015,5	74,1	1031,0	216,7	1119	86,2	1252,2	272,1
838	104,2	879,8	252,6	1031	85,0	1063,0	248,5	1133	96,6	1283,7	303,6
				1045	95,0	1092,0	277,5	1143	104,1	1306,4	326,3

ein Luftstrom gegen das Band geblasen, so tritt zu der *„natürlichen“ Konvektion* noch eine weitere, die als *„künstliche“* bezeichnet werden mag. In dem Fall der in den Tabellen gegebenen Beispiele, bei denen in senkrecht stehender Röhre der durch natürliche Konvektion entstehende Luftstrom dieselbe Richtung hat wie der künstliche, addieren sich einfach die beiden. Subtrahiert man also von der an einen Luftstrom von beliebiger Geschwindigkeit abgegebenen Energie die bei ruhender Luft abgegebene, so hat man in der Differenz den Betrag der reinen künstlichen Konvektion ohne Leitung und Strahlung und ursprüngliche Strömung. Die in der dritten Rubrik angeführten Größen $J^2 - J_0^2$ sind also der künstlichen Konvektion proportional. Zu einer übersichtlichen Darstellung der Resultate wurden die Beobachtungen in Kurven aufgetragen, die Geschwindigkeiten, bzw. Volumina als Abszissen, die weggeführte Energie als Ordinaten.

a) Die bei ruhender Luft abgegebene Wärme.

Die hier in Betracht kommenden Werte aus den Beobachtungsreihen sind die unter Geschwindigkeit 0 angeführten, oder auf die Kurven übertragen, deren Abschnitte auf der y-Achse. Bestimmt man nun die Abhängigkeit der Wärmeabgabe bei ruhender Luft von der Temperaturdifferenz derart, daß man als Abszissen die Δt, als Ordinaten die weggeführte Energie aufträgt, so erhält man eine ihre konvexe Seite der x-Achse zuwendende Kurve, die in ihrer äußeren Gestalt an eine Exponentialkurve erinnert. Um von diesen Kurven ein deutlicheres Bild zu erhalten, wurden die sogenannten logarithmischen Koordinaten verwendet, d. h. statt der Δt und der Energie Q wurden als Abszissen und Ordinaten deren Logarithmen aufgetragen. Der Vorzug der logarithmischen Koordinaten ist der, daß die Gestalt der Kurve unabhängig ist von einem konstanten Parameter, da ein solcher die Lage aller Punkte in genau derselben Weise beeinflußt; es wird daher irgend welche Aehnlichkeit der Form bei gewöhnlichen Koordinaten zur Gleichheit bei logarithmischen. Es wurde also aufgetragen:

$\log \Delta t$ als Abszissen,
$\log J^2 w$ als Ordinaten;

nun ergaben sich Geraden, deren Gleichung allgemein war:

$$\log Q = \log a + n \log \Delta t, \text{ oder in}$$

gewöhnlicher Form: $Q = a \cdot \Delta t^n$.

Für jede Meßgruppe wurde die log. Gerade aufgezeichnet, die Konstanten a und n teils auf rechnerischem, teils auf dem einfacheren graphischen Weg bestimmt, der bei genauem Zeichnen in großem Maßstab genügend genaue Werte lieferte. Die Konstante n ist bei der log. Geraden deren Steigmaß; $\log a$ ist der durch Extrapolation auf der y-Achse erhaltene Abschnitt, denn für $\Delta t = 1$ ist $\log Q = \log a$; a ist also die bei 1° C. Temperaturerhöhung abgegebene Wärmemenge, vorausgesetzt, daß auch für solche Werte von Δt die Formel noch Gültigkeit hat.

Aus den Tabellen erhält man dann die Resultate:

1. Tabelle I, Platinband I

Steigmaß der log. Geraden $n = 1{,}362$

Konstante $a = 6{,}409.10^{-4}$, also von der ganzen Oberfläche abgegebene

Wärmemenge $Q' = 6{,}409.10^{-4} \cdot \Delta t^{1{,}362}$ Watt.

Es sei hier gleich die Umrechnung auf die Flächeneinheit 1 qcm gemacht; die Oberfläche war 0,2006 qcm, also

Wärmeabgabe pro qcm Oberfläche $Q = 31{,}95 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t^{1{,}362}$ *Watt.*

2. Tabelle II, Platinband II

Steigmaß der log. Geraden	$n = 1{,}364$
Konstante	$a = 8{,}645 \cdot 10^{-4}$
abgegebene Wärme	$Q' = 8{,}645 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t^{1{,}364}$ Watt.
Wärmeabgabe pro qcm Oberfläche	$Q = 31{,}82 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t^{1{,}364}$ *Watt.*

Aus den beiden Messungen folgt also:

1. *Die bei ruhender Luft abgegebene Wärmemenge ist proportional einer Potenz von* Δt, *welche bei gleicher geometrischer Anordnung dieselbe ist; für die vorliegenden Fälle ist* $n = 1{,}362$.

2. *Die abgegebene Wärmemenge ist proportional der Oberfläche.*

Anmerkung: Die Tatsache, daß sich bei den Platinbändern die Konstanten a verhalten wie ihre Oberflächen, läßt sich direkt aus dem Verlauf der log. Geraden ablesen. Diese sind, weil sie dasselbe n haben, parallel. Für ein beliebiges Δt ist die Differenz der Logarithmen der Ordinaten 0,132 60, und die Differenz der Logarithmen der Oberflächen ist 0,131 77; daraus folgt die Proportionalität mit der Oberfläche.

Es sei hier gleich darauf hingewiesen, daß sowohl die vorhin abgeleitete Formel als auch die später für die Wärmeabgabe bei ruhender Luft angeführten nicht für alle Temperaturdifferenzen gültig sind. Einige orientierende Messungen bei kleinen Temperaturdifferenzen haben gezeigt, daß sich hier noch keine log. Gerade mit der Steigung n ergibt, sondern daß der Wert des Exponenten von Δt von 1 bis n allmählich anwächst; erst wenn n erreicht ist, gilt die aufgestellte Formel und gelten die Konstanten a. Das stimmt mit dem Ergebnis früherer Forscher, z. B. Alexander Pérenyi, überein, wenngleich die Grenzen, innerhalb deren noch Proportionalität mit Δt herrschen soll, sehr verschieden angegeben werden; ebenso dasjenige Δt, von welchem ab der Exponent n konstant bleibt. Die geometrische Anordnung ist hierbei von großem Einfluß. Für obiges Beispiel wurde die untere Gültigkeitsgrenze bei 35—40° C. festgestellt.

b) Die von einem Luftstrom weggeführte Energie.

$(J^2—J_0^2)w$ ist die durch reine künstliche Konvektion weggeführte Wärme, die in den Kurven als Ordinaten aufgetragen wurde, die Geschwindigkeit des Luftstroms als Abszissen. Man erhielt also Kurven, längs deren Δt (und auch w) konstant war. Diese Kurven waren bei den Bändern Geraden; die weggeführte Wärme war also proportional der Geschwindigkeit. Nimmt man nun noch aus den sich aus Tabelle I oder II ergebenden Kurvengruppen die zu einer gewissen Geschwindigkeit gehörige Wärmemenge als Ordinate und jedesmal das zugehörige Δt als Abszisse, so erhält man wieder ein Geradensystem; daher ist die weggeführte Wärme auch proportional der Temperaturdifferenz Δt.

Sie muß also der Formel genügen:

$Q = B \cdot v \cdot \Delta t$ Watt, wobei
$B =$ eine Konstante,
$v =$ Geschwindigkeit des Luftstroms,
$\Delta t =$ Temperaturdifferenz.

Die Konstante B wurde für jede Kurve bestimmt; sie ergab sich für

Platinband I zu $1{,}453 \cdot 10^{-4}$,
„ II „ $1{,}957 \cdot 10^{-4}$.

Dividiert man beide Konstanten noch durch die Oberfläche, d. h. berechnet man die Wärmeabgabe pro Flächeneinheit, so erhält man für

Platinband I $7{,}243 \cdot 10^{-4}$,
„ II $7{,}193 \cdot 10^{-4}$, d. h.

die Wärmeabgabe ist auch proportional der Oberfläche.

Die *Formel für die Wärmeabgabe* ist also

$Q = \sigma \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ *Watt;* | für diesen Fall
$Q = 7{,}218 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ Watt | ($7{,}218 \cdot 10^{-4}$ als Mittel).

Die Größe $\frac{Q}{\Delta t \cdot O \cdot v} = 7{,}218 \cdot 10^{-4}$ *Watt ist also die Wärmemenge, die ein Luftstrom von der Geschwindigkeit 1 cm/sec von der Oberflächeneinheit eines Platinbandes wegnimmt, dessen Temperatur 1° C. über die des Luftstroms gebracht ist. Diese Größe* σ möge das

„spezifische Wärmeabgabevermögen" des Bandes

(für diese Anordnung) genannt werden.

Bevor die weiteren Resultate angeführt werden, folgen die oben erwähnten *Korrektionen.*

1. Korrektion wegen des Heizstroms i. Bei der näherungsweisen Berechnung wurde statt des Zweigstroms i der Hauptstrom J genommen. Es ist $i = J \cdot \frac{W_2}{W_2 + w_2}$.

a) Bei den Messungen mit Bändern war:

$W_2 = 2009\ SE$, $w_2 =$ Manganinwiderstand $= 3{,}2\ SE$;

also $i = J \cdot \frac{2009}{2012}$; $i^2 = J^2 \cdot \left(\frac{2009}{2012}\right)^2$.

Der Ausdruck $\left(\frac{2009}{2012}\right)^2$ unterscheidet sich nur um $^1/_3$% von der Einheit, so daß bei der zu fordernden Genauigkeit $i = J$ gesetzt werden kann.

b) Bei den Drähten war:

$$W_2 = 522{,}5\ SE;\quad w_2 = 3{,}2\ SE,$$

$$\text{also}\quad i = J \cdot \frac{522{,}2}{525{,}7};\quad i^2 = J^2 \cdot \left(\frac{522{,}5}{525{,}7}\right)^2;$$

setzt man hier $i = J$, so ist der Fehler auch nur 1,3%.

2. Korrektion wegen der Widerstandsmessung.

Es wurde mit SE gemessen, die auf Ohm umzurechnen sind nach der Beziehnng, daß $1\ \Omega = 1{,}063\ SE$ sind. Diese Korrektion wurde überall durchgeführt.

Zusammenstellung der Messungen mit Bändern und Drähten.

Es wurde sowohl die Lage der Versuchsröhre als auch (bei Bändern) die Art der Ausspannung variiert. Die Dimensionen der Drähte sind oben angegeben, außerdem wurden noch bei ein und derselben Dicke die Längen geändert. Die Drähte waren durchweg senkrecht zur Röhrenachse ausgespannt und lagen wagrecht. Die Ausführung der Messungen und die Berechnung der sich aus ihnen ergebenden Resultate geschah immer auf dieselbe Weise wie bei den oben behandelten Beispielen. Nur die Stromablesung bei den Messungen mit Drähten brachte eine unwesentliche Abänderung; bei dem dünnen Draht konnte wegen des geringen Stroms die empfindlichste Schaltung des Ampèremeters, bei welcher 1 Skalateil = 1 Milliampère war, benützt werden; bei dem dickern Draht reichte dieser Meßbereich nicht mehr aus, der nächste war zu unempfindlich (1 Skalateil = 0,01 Ampère, der durchweg bei den

Bändern gebraucht wurde); es wurde deshalb das Instrument in der Voltschaltung (1 Skalateil = 0,02 Volt) benützt und ihm ein passender Widerstand, dessen Größe genau bestimmt war, parallel gelegt. Der Hauptstrom J ließ sich dann auf bekannte Weise berechnen; außerdem wurde die Anordnung noch auf empirische Weise nach Ampère geeicht.

I. Wärmeabgabe bei ruhender Luft.

Sie genügt der allgemeinen Formel

$Q = a \cdot O \cdot \Delta t^n$ *Watt*, wobei a = Konstante,

O = Oberfläche des Bolometers.

1. *Versuchsröhre senkrecht*:

a) Platinband { *schmale* Seite nach oben: $Q = 29{,}94 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}362}$ Watt,
{ *breite* Seite nach oben: $Q = 26{,}22 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}362}$ Watt.

b) Platindraht: $Q = 123{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}300}$ Watt.

2. *Versuchsröhre wagrecht.*

a) Platinband { *schmale* Seite nach oben: $Q = 40{,}057 \cdot 10^{-4} \cdot O\, \Delta t^{1{,}275}$ Watt
{ *breite* Seite nach oben: $Q = 36{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}275}$ Watt

b) Platindraht: $Q_{\text{beob.}} = 178{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}18}$ Watt
$Q_{\text{berech.}} = 209{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}12}$ Watt

Bemerkungen zu den Resultaten:

Aus allen Formeln folgt, daß die *abgegebene Wärmemenge* sowohl bei Bändern als auch bei Drähten *proportional der Oberfläche* ist: bei letzteren also proportional ihrer Dicke und Länge.

Sie ist außerdem *proportional einer Potenz von* Δt, doch ist diese nicht konstant; sie ist bei Bändern eine andere als bei Drähten (bei ersteren höher als bei letzteren), und ändert sich außerdem mit Aenderung der Stellung der Röhre (bei senkrechter Röhre immer höher als bei wagrechter). Dieses Ergebnis würde also dem von Dulong und Petit widersprechen, welche den Exponenten n für alle Körper unter allen Umständen gleich finden, für Drähte z. B. $n = 1{,}233$, ein Wert, der zwischen den beiden oben gefundenen liegt. Dagegen bleibt bei Bändern der Exponent derselbe, wenn bei gleicher Lage der Röhre nur die Art der Ausspannung geändert wird (er ist bei senkrechter Röhre beidemal 1,362, bei wagrechter 1,275); bei Drähten ist der Exponent unabhängig von der Dicke.

Die bei den Formeln ermittelten Faktoren a sind für Bänder andere als für Drähte, sie ändern sich auch, wenn die Stellung der

Röhre oder die Art der Ausspannung eine andere wird. Sie ist z. B. bei Bändern, sowohl bei senkrechter als auch wagrechter Röhre, immer größer, wenn das Band die schmale Seite nach oben wendet als im andern Fall, denn im ersten Fall können die an den Breitseiten sich entwickelnden Konvektionsströme ungehindert in die Höhe fließen, während in der anderen Lage nur von der nach oben gewandten Breitseite die erwärmte Luft direkt aufsteigen kann. Auch die Erscheinung, daß bei senkrecht gestellten Röhren die Exponenten von Δt durhweg höher sind als bei wagrecht liegenden, erklärt sich aus der verschiedenen Ausbildung des Konvektionsstroms; im ersten Fall kann er ohne Hindernis abfließen und eine Art Kaminwirkung verstärkt ihn noch; bei wagrechter Röhre ist das wegen der Enge der Röhre nicht möglich, die erwärmten Luftmassen können sich nur langsam aus der Umgebung des Bolometers entfernen. Es wird also bei senkrechter Röhre immer mehr Wärme abgegeben als bei wagrechter. Einzelne der angeführten Formeln scheinen allerdings im Widerspruch damit zu stehen, denn die Konstanten sind für die senkrechte Stellung durchweg kleiner als für die wagrechte. Der Widerspruch löst sich dadurch, daß die Formeln (wie oben schon bemerkt) erst von einer gewissen Temperaturdifferenz an Geltung haben (bei Bändern von 35—40° an, bei Drähten von 25—30° an), daß der Exponent von Δt von 1 his n ansteigt und während dieses Intervalls sich auch die Größen a ändern. Dasselbe Resultat ergibt sich sofort auch aus dem Verlauf der log. Kurve, die für senkrechte Röhre immer über der für wagrechte verläuft.

Bei dem Platindraht in wagrechter Röhre ist ein beobachteter und ein extrapolierter Wert angegeben aus folgendem Grund: Wurde ein Luftstrom gegen den Draht geblasen, so ergab sich für kleine Geschwindigkeiten eine allmählich ansteigende Kurve, die erst allmählich mit Wachsen der Geschwindigkeit in eine Gerade überging. Diese Gerade rückwärts verlängert, gab einen unter dem beobachteten Achsenabschnitt gelegenen, den extrapolierten, der auch einer Geschwindigkeit o entsprach. Auch hier ist, wie vorhin, trotz der kleineren Konstanten a bei der beobachteten Wärmeabgabe diese doch größer als die extrapolierte, welche die größere Konstante hat.

II. Wärmeabgabe an künstlich erzeugte Luftströme.

Die Ergebnisse für die verschiedenen Anordnungen sind folgende:

1. *Platinband* in senkr. Röhre { *schmale* Seite n. oben: $Q = 6{,}69 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W. / *breite* Seite n. oben: $Q = 3{,}87 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W.
2. *Platindraht* { in *senkrechter* Röhre: $Q = 22{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W. / in *wagrechter* Röhre: $Q = 22{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W.

Es folgt also aus *den Formeln der Satz*:

Die durch einen Luftstrom weggeführte Wärme ist proportional der Oberfläche des Bolometers, der Geschwindigkeit des Luftstroms und der Temperaturdifferenz zwischen Bolometer und Luftstrom.

Die Konstanten der Gleichungen sind die *spezifischen Wärmeabgabevermögen*; es ist also bei Bändern ein anderes als bei Drähten, in einem Fall ungefähr der 3., im andern fast nur der 6. Teil der Drähte. Bei letzteren hat es dieselbe Größe, ob der Draht in senkrechter oder wagrechter Röhre gespannt ist. Bei Bändern hängt es von der Art ihrer Ausspannung ab. Wendet nämlich das Band die schmale Seite nach oben, so ist sein spezifisches Wärmeabgabevermögen fast doppelt so groß, als wenn es um 90° gedreht wird. Im 1. Fall werden beide Seitenflächen vom Luftstrom umspült, bei wagrecht gestelltem Band dagegen teilt sich der von unten kommende Luftstrom in zwei nach den Rändern hin abfließende Hälften; zwischen diesen Stromlinien und dem Rand bildet sich ein Polster von warmer Luft, welches die Wärmewegnahme bedeutend verringert. Auch an der obern Seite kann der Luftstrom nur zum kleinen Teile wirksam sein; für deren innere Zone kommt hauptsächlich nur der Konvektionsstrom in Betracht.

Für die Proportionalität mit Δt wurde bei den Bändern bis zu 100° keine Abweichung gefunden; bei den Drähten in wagrechter Röhre galt sie streng nur bis ca. 60° C.

Die Proportionalität mit der Geschwindigkeit des Luftstroms gilt nur bis zu niederen Grenzen; bei Bändern in senkrechter Röhre bis ca. 8,7 cm/sec, beim dünnen Draht bis 4,14 cm/sec und beim dicken Draht bloß ca. 3,7 cm/sec. Gar keine Proportionalität mit v konnte nachgewiesen werden bei Bändern, die in wagrechter Röhre ausgespannt waren: es ergaben sich Kurven, die zunächst nach unten konvex verliefen und dann nach einem flachen Wende-

punkt konvex nach oben. Wegen dieser Unregelmäßigkeit wurden an diese Beobachtungen keine weiteren Betrachtungen geknüpft.

Es soll noch kurz auf den *Einfluß der Strahlung* eingegangen werden.

Wenn Strahlung in Betracht kommt, so ist sie proportional $(T_1^4 - T_0^4)$, wobei

T_1 = absolute Temperatur des erwärmten Bolometers,
T_0 = „ „ der umgebenden Wände ist.

Die höchsten hier angewandten Temperaturdifferenzen sind 100° C, im allgemeinen liegen sie aber alle tiefer. Ebeling [1]) zeigte jedoch, daß selbst bei höheren Temperaturen (bis zu 500° C) die Strahlung nur Bruchteile von 1% der gesamten Wärmeabgabe betrage und vernachlässigt sie daher bei seinen Berechnungen. Dasselbe darf also auch in den vorliegenden Messungen geschehen. Unter dieser Annahme stimmen auch die auf Seite 23 ff. gefundenen Formeln gut überein mit den von Dulong und Petit und S. Tereschin (Seite 8) angegebenen; die Abweichung besteht nur darin, daß jene für den Exponenten von Δt eine konstante Größe angeben (Dulong und Petit 1,233; Tereschin $^5/_4$), während sie oben als abhängig von der Art des erhitzten Körpers und dessen geometrischer Anordnung gefunden wurden, jedoch sind die Abweichungen gering.

Zusatz.

Messungen mit Kohlensäure, Sauerstoff und Wasserstoff.

Die Untersuchungen mit verschiedenen Gasen wurden angestellt, um die Abhängigkeit der Wärmeabgabe auch von Dichte, spezifischer Wärme und Leitvermögen zu erhalten. Zu diesen Messungen bedurfte es keiner neuen Anordnungen; die Gase wurden aus Bomben entnommen und in das Gasometer eingefüllt, das mit ausgekochtem, luftfreiem Wasser angefüllt war. Sie passierten dann konzentrierte Schwefelsäure, Chlorkalciumröhren, die Kühlschlange und traten dann in das oben beschriebene Reservoir ein, dem sich die Versuchsröhre anschloß. Durch den längeren Aufenthalt im Gasometer, sowie durch das Fließen durch die Leitungen hatte sich das bei dem Austritt aus der Bombe durch Expansion abgekühlte Gas wieder auf Zimmertemperatur erwärmt.

---

1) Annal. der Physik 27, 1895, pag. 391.

Auch die Ermittlung des Volumens bot keine Schwierigkeiten, denn da der Rotamesser für Luft geeicht war, so ließ sich auch mittels der Dichten das Volumen eines andern Gases berechnen. Sind nämlich v_1 und v_2 die Volumina, ϱ_1 und ϱ_2 die Dichten der Gase, so gilt für gleiche Höhen des Schwimmers: $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_1}}$. Ist also V_L das für Luft abgelesene Volumen in l/Stde. und wird das spezifische Gewicht der Luft = 1 gesetzt, so ergibt sich

$$\text{Volumen Kohlensäure: } V_K = \frac{V_L}{\sqrt{\varrho_K}} = \frac{V_L}{\sqrt{1{,}529}} \text{ l/Stde.}$$

$$\text{Volumen Sauerstoff: } V_S = \frac{V_L}{\sqrt{\varrho_S}} = \frac{V_L}{\sqrt{1{,}1056}} \text{ l/Stde.}$$

Die vergleichenden Messungen wurden immer möglichst rasch hintereinander ausgeführt, um annähernd konstante Zimmertemperatur zu haben. Für die Messungen mit Wasserstoff mußte eine neue Anordnung gemacht werden, da wegen der geringen Dichte des H kleine Volumina am Rotamesser nicht mehr abgelesen werden konnten.

Die gefundenen Resultate entsprachen aber nicht den Erwartungen: da die Messungen nicht weiter fortgesetzt wurden, weil über den Rahmen dieser Arbeit hinausragend, so soll von einer Mitteilung von Beobachtungs- und Berechnungstabellen abgesehen werden. Immerhin haben die vergleichenden Messungen an den oben angegebenen Gasen ergeben, daß die Wärmeabgabe an Gasströme nicht proportional ist dem Produkt aus Dichte, spezifischer Wärme und Leitvermögen. Die Abweichung ist derart, daß Gase mit kleinerem Leitvermögen eine verhältnismäßig größere Wärmeabgabe besitzen als solche mit höherem; daß also das Leitvermögen nur teilweise zur Wirksamkeit kommen kann, und zwar ein um so kleinerer Teil, je größer das Leitvermögen ist. Auch bei ruhendem Gas ist keine Proportionalität, aber die Abweichung ist nach der andern Seite, d. h. ein Gas mit größerem Leitvermögen gibt in bezug auf ein solches mit kleinerem mehr Wärme ab als der Proportionalität entsprechen würde. Es ist hier das ganze Leitvermögen wirksam, dazu tritt aber noch die Wärmeabgabe durch natürliche Konvektion, die mit wachsendem Leitvermögen zunimmt.

Zusammenstellung sämtlicher Resultate.

A. Wärmeabgabe bei ruhendem Gas.

1. Die bei ruhendem Gas abgegebene Wärmemenge ist proportional der Oberfläche des Bolometers, sowohl bei Bändern als auch bei Drähten.

2. Sie ist außerdem proportional einer Potenz der Temperaturdifferenz zwischen Bolometer und umgebendem Gas; doch ist diese Potenz nicht konstant. Sie ist abhängig von der Gestalt des Versuchsbolometers und von der geometrischen Anordnung der Versuchsröhre; sie ist bei Bändern größer als bei Drähten, bei senkrecht stehender Röhre größer als bei wagrecht liegender.

3. Die empirisch gefundenen Formeln gelten in bezug auf Δt nur von einer gewissen unteren Grenze ab; bei kleinen Temperaturdifferenzen herrscht zunächst Proportionalität mit Δt und erst bei größeren wird der konstante Exponent n erreicht.

Die Wärmeabgabe bei ruhendem Gas genügt allgemein der *Formel* $Q = A \cdot O \cdot \Delta t^n$ *Watt.*

I. *Versuchsröhre senkrecht:*

a) *Platinband* { *schmale* Seite n. oben: $Q = 29{,}94 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}362}$ W.
{ *breite* Seite n. oben: $Q = 26{,}22 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}362}$ W.

b) *Platindraht*: $Q = 123{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}30}$ W.

II. *Versuchsröhre wagrecht:*

a) *Platinband* { *schmale* Seite n. oben: $Q = 40{,}057 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}275}$ W.
{ *breite* Seite n. oben: $Q = 36{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}275}$ W.

b) *Platindraht* { Q beob. $= 178{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}18}$ W.
{ Q berechn. $= 209{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot \Delta t^{1{,}12}$ W.

B. Wärmeabgabe an Gasströme.

1. Sie ist sowohl bei Bändern als auch bei Drähten proportional der Oberfläche, der Geschwindigkeit des Gasstroms und der Temperaturdifferenz; genügt also der allgemeinen *Formel*: $Q = \sigma \cdot O \cdot V \cdot \Delta t$ *Watt*, wobei „σ *das spezifische Wärmeabgabevermögen*“ ist. Das ist also die Wärmemenge, die pro Sekunde von der Einheit der Oberfläche 1 qcm durch einen Gasstrom von der Geschwindigkeit 1 cm/sec weggeführt wird von dem Bolometer, dessen Temperatur 1^0 C über die des Gasstroms gebracht ist.

2. Die Proportionalität mit der Geschwindigkeit v gilt nur bis zu einer ziemlich niedrig gelegenen Grenze, bei Bändern bis 8,5 cm/sec, bei Drähten nur bis ca. 5 cm/sec. Overbeck [1]) gibt für die Gültigkeit der Proportionalität keine Grenze an.

3. Die Proportionalität mit Δt galt in senkrechten Röhren für Bänder und Drähte innerhalb der angewandten Temperaturgrenzen; bei wagrechter Röhre wurde bei Drähten von ungefähr 70° C. an ein langsames Abweichen konstatiert.

4. Das spezifische Wärmeabgabevermögen σ ist nicht konstant; es ist abhängig von der Art des Bolometers (Band oder Draht), seiner Ausspannung, von der Anordnung der Versuchsröhre und der Natur des umgebenden Gases.

Empirisch gefundene *Formeln* sind:

a) *Platinband* in senkr. Röhre
- *schmale* Seite n. oben: $Q = 6{,}79 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W.
- *breite* Seite n. oben: $Q = 3{,}87 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W.

b) *Platindraht*
- in *senkrechter* Röhre: $Q = 22{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W.
- in *wagrechter* Röhre: $Q = 22{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot O \cdot v \cdot \Delta t$ W.

II. Teil.

Anwendung der Methode zum Nachweis der kritischen Geschwindigkeit bei Luft, Kohlensäure, Sauerstoff, Leuchtgas, sowie bei Wasser.

Die vorhergehenden Untersuchungen haben gezeigt, daß die Kurven, welche die Beziehung zwischen Wärmeabgabe und Geschwindigkeit des Gasstroms ausdrücken, eine Gerade seien für kleine Werte der Geschwindigkeit, daß sie sodann in eine Kurve von parabelähnlicher Form übergingen. Es drängte sich nun die Frage auf, welche Form diese Energie-Geschwindigkeitskurven annehmen würden, wenn die Geschwindigkeit des durchströmenden Gases so gesteigert würde, daß es aus dem geordneten in den turbulenten Zustand überginge. Denn da in letzterem Zustand die Strömungsvorgänge ganz andere sind, so muß sich für dieses Gebiet die Gestalt der Kurve ändern, und diese Gestaltsänderung muß direkt ein Kriterium für die Aenderung im Strömungsvorgange werden. Diese Vermutung zeigte sich überraschend gut bestätigt.

1) Annal. der Physik 56, 1895, pag. 397.

Bevor auf die Untersuchungsmethode näher eingegangen werden soll, möge ein kurzer *Ueberblick* über die *grundlegenden Vorgänge*, sowie über die auf diesem Gebiet schon gemachten *Untersuchungen* vorausgeschickt werden.

Beim Strömen von Flüssigkeiten oder Gasen durch Röhren unterscheidet man zwei grundverschiedene Zustände:

1. Den *geordneten oder poiseuillischen Zustand*, der dadurch charakterisiert ist, daß sich die einzelnen Flüssigkeits- oder Gasteilchen parallel der Röhrenachse bewegen; im kreisförmigen Querschnitt haben alle Punkte in gleichem Abstand von der Röhrenachse dieselbe Geschwindigkeit, und diese nimmt von einem maximalen Wert in der Rohrachse nach einem parabolischen Gesetze ab, bis sie an der Rohrwandung zu Null wird. Hier gilt das Poiseuillische Gesetz [1]), das besagt, daß bei kleinen Geschwindigkeiten die Ausflußmenge proportional dem angewandten Ueberdruck sei. Das in der Zeiteinheit aus einer Röhre austretende Volumen ist:

$$V = \frac{\pi(p_a - p_e)}{8\eta \cdot l}\left(v^4 + \frac{4\eta r^3}{\varepsilon}\right), \text{ wobei}$$

p_a = Druck am Anfang der Röhre,
p_e = „ „ Ende „ „
$2r$ = Durchmesser der Röhre,
η = Koeffizient der inneren Reibung,
ε = „ „ äußeren „
l = Länge der Röhre.

Bleibt die Wandschicht in Ruhe, d. h. ist die äußere Reibung unendlich groß, so folgt

$$V = \frac{\pi(p_a - p_e) r^4}{8\eta l} = C(p_a - p_e).$$

Zu demselben Ausdruck gelangt Hagenbach 1860 [2]) auf theoretischem Weg. Dieses Gesetz war zunächst nur für Flüssigkeiten gültig; jedoch findet C. E. Meyer [3]) für das Ausströmen von Gasen aus Kapillaren einen ähnlichen Ausdruck, und Springmühl und Obermeyer [4]) zeigten durch Versuche, daß auch hier der Koeffizient der äußeren Reibung unendlich groß sei.

2. Bei einer bestimmten Geschwindigkeit geht der poiseuillische Zustand in den *ungeordneten oder hydraulischen oder turbulenten*

1) Hagen und Poiseuille, Pogg. Annal. 58, pag. 424.
2) Pogg. Annal. 109, 1860.
3) Pogg. Annal. 127, 1878.
4) Pogg. Annal. 148, 1899.

Zustand über, bei welchem jedes einzelne Teilchen komplizierte Bewegungen ausführt und die ganze Röhre von Wirbelscharen erfüllt ist.

Beide Zustände, der geordnete, welcher bei kleinen, und der turbulente, welcher bei großen Geschwindigkeiten stabil ist, sind getrennt durch ein Zwischengebiet, in dem beide Zustände labil sind und die Strömung sich derart vollzieht, daß ein fortgesetzter periodischer Uebergang von dem einen in den andern stattfindet. Die Geschwindigkeit, bei der die beiden Strömungszustände ineinander übergehen, ist die *kritische Geschwindigkeit*. Osborne Reynolds [1]) stellte das erstemal bei Wasser einen Ausdruck für die kritische Geschwindigkeit, also für den Beginn der Wirbelbildung, auf, in seiner Experimentaluntersuchung 1883, der 1895 die Theorie folgte. Nach ihm ist

$$K = 1900 \text{ oder } 2000 = \frac{\varrho \cdot D \cdot U}{\mu}; \text{ hierbei ist}$$

K = eine Konstante, die sogenannte Reynolds'sche Zahl,
U = kritische Geschwindigkeit,
D = Durchmesser der Röhre,
ϱ = Dichte des Wassers für die betreffende Temperatur,
μ = Koeffizient der inneren Reibung.

Die Experimentationsmethode O. Reynolds', nämlich das Aufstellen der Druck-Volumenkurven, die an der kritischen Stelle einen Knick zeigten, wurde im wesentlichen von allen späteren Forschern beibehalten, welche die Gültigkeit des Reynolds'schen Kriteriums auch für andere Flüssigkeiten nachwiesen. Es seien hier erwähnt die Versuche von Bose und Dauert [2]), welche von Emil und Margarethe Bose [3]) rechnerisch diskutiert wurden und durch die für 9 verschiedene Substanzen die Gültigkeit der Konstanten K in 1. Annäherung bestätigt wurde. Sorkau [4]) machte 1911 Untersuchungen über die Turbulenzreibung verschiedener organischer Flüssigkeiten in Abhängigkeit von der Temperatur und weist außer dem 1. noch einen 2. bei noch größerer Geschwindigkeit auftretenden Turbulenzzustand nach. Die erste Anwendung auf Gase, und zwar auf Luft allein, machte Wilh. Ruckes [5]) nach derselben Methode und findet auch hier für Glaskapillaren dasselbe Kriterium.

1) Philos. Trans. 1883 und 1895.
2) Phys. Zeitschrift X, 1909, pag. 406.
3) Phys. Zeitschrift XII, 1911, pag. 526.
4) Phys. Zeitschrift XII. 1911, pag. 582.
5) Dissertation Würzburg 1908.

Methode des Nachweises der kritischen Geschwindigkeit.

In den folgenden Untersuchungen ist der Nachweis des Kriteriums, der für Wasser und Luft schon geführt war, ausgedehnt auf Kohlensäure, Sauerstoff und Leuchtgas. Die Experimentationsmethode weicht jedoch wesentlich von den früheren ab, indem hier die bei der Turbulenz auftretende veränderte Wärmeabgabe des erhitzten Drahtes an das vorbeistreichende, in Wirblung sich befindliche Gas als Kriterium für das Auftreten der Turbulenz betrachtet wurde.

Da es sich bei Gasen um ganz beträchtliche Geschwindigkeiten handelte, so wurde die Anordnung modifiziert.

Versuchsröhre: Es wurde eine enge Kapillare benutzt, deren Länge ungefähr $1^1/_2$ m betrug. Durch Auskalibrieren mittels eines Quecksilberfadens, dessen Länge an verschiedenen Stellen gemessen wurde, überzeugte ich mich, daß ihr Radius überall, besonders aber in der Umgebung des eingespannten Bolometerdrahtes, annähernd derselbe war. Dieser wurde bestimmt durch Quecksilberwägung; die Länge des Quecksilberfadens wurde am Kathetometer abgelesen. Auf diese Weise ergab sich ein Radius von 1.882 mm. War somit l das pro Stunde die Röhre durchfließende Gasvolumen in Litern, so ergab sich für die Geschwindigkeit:

$$v = l \cdot 2.4964 \text{ cm/sec.}$$

Der *Bolometerdraht* war 0,02605 mm dick, ungefähr 5 cm lang und schief in der Kapillare ausgespannt, derart, daß die Zuleitungen genau mit der innern Röhrenwand abschlossen, so daß dem Luftstrom kein weiterer Widerstand entgegengesetzt wurde als der des dünnen Platindrahtes. Die *Gase* wurden wie bei früheren Messungen in das Gasometer eingefüllt, die Glocke desselben stark belastet und der Ausfluß durch die Hahnen reguliert. Trockenröhre, Kühlschlange und Druckausgleichungsreservoir waren wie oben angebracht. Es zeigte sich, daß der Gasstrom auch bis zu den größten Geschwindigkeiten hinauf konstant war.

Zur *Messung* des zur Erreichung der kritischen Geschwindigkeit nötigen *Gasvolumens* reichte der Meßbereich des Rotamessers nicht mehr aus. Es wurde deshalb nur ein Teil des Gases durch den Rotamesser geleitet, der andere durch Nebenleitungen in die freie Luft, wobei die hierdurch abweichende Gasmenge vorher bestimmt war.

Die *Anordnung zur Geschwindigkeitsmessung* war im einzelnen folgende: Nach dem Verlassen der Versuchskapillaren trat das Gas in einen als Druckausgleichreservoir dienenden Holzkasten ein, denn das Gas sollte, bevor es durch die Nebenleitungen und den Rotamesser ausfloß, möglichst zur Ruhe gekommen sein. Ein Kasten aus Holz wurde statt eines Glaskastens gewählt, weil an ihm die Nebenleitungen besser angebracht werden konnten. Seine Wände waren mit heißem Paraffin getränkt, seine Fugen mit flüssigem Schellack ausgegossen; sodann wurde Luft hineingepreßt, bei den höchsten angewandten Drucken hielt er völlig luftdicht. Auf der dem Einfluß gegenüberliegenden Wand waren für den Ausfluß sechs Rohrstutzen aus Glas luftdicht eingeführt, von denen der eine mit dem Rotamesser verbunden wurde. An die andern wurden mittels kurzer Schlauchverbindungen die Nebenleitungen angesetzt. Das waren kurze, in mehr oder weniger enge Spitzen ausgezogene Glasröhrchen, die einzeln geeicht wurden. Die durch einen solchen Nebenschluß ausfließende Gasmenge war natürlich abhängig von dem Ueberdruck, unter dem das Gas im Holzkasten sich befand; es mußte also die Eichung sämtlicher Nebenschlüsse bei ein und demselben Ueberdruck vorgenommen werden, der auch bei ihrer Verwendung bei den späteren Messungen immer wieder hergestellt werden mußte. Ein Maß für den im Kasten herrschenden Ueberdruck gab aber die Einstellung des Rotamessers, denn die Höhe des Schwimmers war proportional der Druckdifferenz zwischen Gasometer bzw. Holzkasten und freier Atmosphäre.

Bei Eichung der Nebenschlüsse wurde daher der Rotamesser immer auf gleiche Höhe, d. h. auf eine bestimmte Literzahl pro Stunde eingestellt. Als eine Kontrolle für den konstanten Ueberdruck bzw. das konstante durchfließende Volumen diente der erhitzte Bolometerdraht. Der Platindraht wurde nämlich, während der Luftstrom an ihm vorbeistrich, auf eine beliebige Temperatur geheizt und das Galvanometer auf Nulllage gebracht. Bei gleichbleibendem Luftstrom war die Wärmeabgabe des Bolometers immer dieselbe, Temperatur und Widerstand blieben also konstant und das Galvanometer behielt seine Nulllage bei; mit Aenderung des Luftstroms änderte sich also auch die Galvanometereinstellung. Bei beträchtlicher Erhitzung des Drahtes war also die Nulllage des Differentialgalvanometers ein sehr empfindliches Kriterium für einen Luftstrom von gleichbleibender Geschwindigkeit bzw. für konstanten Ueberdruck.

Das *Verfahren der Eichung* war daher folgendes: Die zu eichende Nebenleitung wurde an den Glasstutzen angesetzt, alle andern geschlossen und nun ein Luftstrom durchgeblasen, der also teilweise durch den Nebenschluß ins Freie floß, teilweise durch den Rotamesser entweichen mußte und dort den Schwimmer auf eine gewisse Höhe hob, die n_1 Litern pro Stunde entsprechen möge. Zugleich wurde der Bolometerdraht erhitzt und das Galvanometer auf Nulllage gebracht. Nun wurde mittels eines Quetschhahns der Nebenschluß abgeschlossen, die ganze Gasmenge mußte also durch den Rotamesser entweichen und hob daher den Schwimmer auf eine Höhe, die n_2 Litern pro Stunde entsprechen möge. Nun war aber $n_2 - n_1$ noch nicht die pro Stunde durch den Nebenschluß ausfließende Menge. Denn durch das Heben des Schwimmers war der Druck im Holzkasten ein größerer geworden, der Ueberdruck zwischen Gasometer und Holzkasten dagegen geringer und damit die ausfließende Gasmenge kleiner als sie bei geöffnetem Nebenschluß war. Das zeigte sich auch daran, daß das Galvanometer nicht mehr in seiner Nulllage war. Diese und damit das ursprüngliche Volumen wurde durch ein weiteres Oeffnen des Gasometerhahns hergestellt. Nun hob sich der Schwimmer noch etwas weiter bis zu n_3 Litern pro Stunde, und es war $n_3 - n_1$ die pro Stunde durch den Nebenschluß ausfließende Litermenge. Alle andern Nebenschlüsse wurden auf dieselbe Weise für den Ueberdruck, der n_1 Litern entsprach, geeicht. Durch verschiedene Kombinationen der Nebenschlüsse konnten die Ausflußmengen in weiten Grenzen variiert werden.

I. Messung mit Luft.

In folgender Tabelle ist eine Messungsreihe angegeben. Zunächst eine Eichungstabelle. Für die offene Nebenleitung war der Rotamesser konstant auf ca. 20 l/Stde eingestellt. Die angegebenen Werte sind die Mittel aus mehreren Messungen. In der 1. Vertikalreihe sind die als Nebenschlüsse dienenden Glasröhrchen mit Nummern bezeichnet, die 2. Reihe enthält die Einstellung des Rotamessers bei offenem, die 3. Reihe mit schon korrigierten Werten bei geschlossenem Nebenschluß; damit berechnet sich die in Reihe 4 angegebene Litermenge pro Stunde.

Da es sich nicht um eine quantitative Bestimmung der abgegebenen Wärme handelte, so sind sowohl statt des Heizstroms i als auch des Wärmeverlustes $i^2 w$ nur proportionale Größen ange-

geben. Das Ampèremeter war in der Voltschaltung (1° = 0,02 Volt, ca. 300 Ω Systemwiderstand), der ein geeigneter Widerstand aus Manganindraht parallel gelegt war, benützt. Es enthält daher die 1. Vertikalreihe der Meßreihe die am Voltmeter abgelesene Zahl der Skalateile, die letzte deren Quadrat als proportional dem Energieverlust. Die übrigen Reihen enthalten die Ablesungen am Rotamesser, die verwendeten Nebenschlüsse, die Zahl der l/Stunde und hieraus endlich die Geschwindigkeit in cm/sec.

Eichungstabelle für Luft.

Röhre Nr.	Rotamess., während die Nebenleitung		Durch Nebenleitg. ausgefl. Vol. in l/Std.	Röhre Nr.	Rotamess., während die Nebenleitung		Durch Nebenleitg. ausgefl. Vol. in l/Std.
	offen	geschl.			offen	geschl.	
I	20,0	45,7	25,7	VII	19,8	95,8	76,0
II	19,7	51,7	32,0	VIII	20,1	99,9	79,8
III	20,4	62,2	41,8	IX	20,1	105,7	84,75
IV	20,1	85,5	65,4	X	20,5	105.5	85,0
V	20,3	92,6	72,3	XI	21,0	107,5	86,5
VI	20,1	93,7	73,6				

Meßreihe für Luft.

Volt-meter	Rota-mess.	Neben-leitung.	Liter pro Stunde	cm/sec.	C. J.²	Volt-meter	Rota-mess.	Neben-leitung.	Liter pro Stunde	cm/sec.	C. J.²
54,5	13,7	—	13,7	34,2	297,0	68,0	19,8	1, 3, 5	159,3	397,7	462,4
56,3	25,3	—	25,3	63,2	317,0	69,65	20,1	1, 5, 6	191,5	478,1	485,1
58,0	32,0	—	37,0	92,4	336,4	70,35	20,1	3 5 6	207,7	518,5	495,0
59,25	47,0	—	47,0	117,3	351,0	71,4	20,5	4 5 6	232,8	583,6	509,8
60,75	59,1	—	59,1	147,5	369,1	71,75	21,0	5 6 7	242,9	606,4	514,8
62,1	73,2	—	73,2	182,7	385,6	72,7	20,5	1 5 6 7	268,1	669,3	528,5
63,6	88,2	—	88,2	220,2	404,5	73,2	21,2	3 5 6 7	284,8	711,0	535,8
64,5	100,0	—	100,0	249,6	416,0	78,2	19,5	1 3 5 6 7	308,7	770,6	611,5
65,1	109,0	—	109,0	272,1	423,8	80,0	20,5	5 6 7 8	322,2	804,3	640,0
60,1	21.5	2	53,5	133,6	361,2	81.1	20,0	1 4 5 6 7	333,5	832,5	657,7
61,0	20,0	3	61,8	154,3	372,1	81,85	22,0	1 5 6 7 8	349,5	872,5	670,0
63,5	19.8	1, 3	87,3	217.9	403,2	82,8	20,0	3 5 6 7 8	363.3	907,4	685,6
65,2	19,5	1, 4	110,5	275,8	425,1	83,7	19.5	4 5 6 7 8	386,5	964,8	700,6
65,7	19,5	1, 5	117,5	293,3	431,6	84,0	20,0	4 5 6 7 9	392,0	978.6	705,6
67,5	20,0	1, 2, 5	150,0	374,4	455,6						

II. Messungen mit Kohlensäure, Sauerstoff und Leuchtgas.

Die Eichung der Nebenschlüsse geschah auf dieselbe Weise wie bei Luft. Wurden übrigens die Ausflußmengen der Gase aus den verschiedenen Nebenleitungen verglichen, so zeigte sich, daß sie sich für alle um einen konstanten Faktor unterschieden. Es war also nur nötig, durch Eichung einiger weniger Nebenleitungen den Faktor zu ermitteln, mit welchem man den oben bestimmten Luftausfluß zu multiplizieren hatte, um das ausgeflossene Volumen des betreffenden Gases zu erhalten. Außerdem mußten den am Rotamesser abgelesenen Volumina die Faktoren $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$ (ϱ = Dichte des Gases) beigefügt werden, da der Rotamesser für Luft geeicht war.

ϱ war für Kohlensäure: 1,529
„ „ „ Sauerstoff: 1,1056 } in bezug auf Luft = 1.
„ „ „ Leuchtgas: 0,40

III. Messung mit Wasser.

Bei Wasser trat der kritische Punkt bei so geringen Gechwindigkeiten auf, daß die hierzu erforderlichen Volumina direkt an dem Rotamesser abgelesen werden konnten. Die Geschwindigkeit des Wasserstroms wurde in der Weise gemessen, daß das Wasser nach Passieren der Versuchsröhre in ein großes Reservoir geleitet wurde, aus welchen es die Luft verdrängte, die sodann durch den Rotamesser floß. Das Volumen der verdrängten Luft war gleich dem Volumen des durchgeflossenen Wassers. Letzteres wurde direkt der Wasserleitung entnommen. Diese mußte jedoch vor Beginn der Messung so lange fließen, bis sämtliches in den Rohrleitungen sich befindliche wärmere Wasser (während der Messung war heiße Witterung) ausgeflossen war; dann erst hatte das Wasser konstante Temperatur. Temperaturschwankungen im Wasser während der Messung verursachten bedeutende Schwankungen in der Wärmewegfuhr. Zudem wurde die Strömungsgeschwindigkeit erst nach einiger Zeit des Fließens konstant. Auch wegen des Kriteriums war eine genau definierte Temperatur nötig. Es nahmen sowohl Dichte als auch Koeffizient der inneren Reibung mit wechselnder Temperatur ab; da aber letzterer viel rascher kleiner wird, so folgt, daß der Quotient $\frac{\mu}{\varrho}$ mit steigender Temperatur fällt; die Abnahme

ist eine sehr rasche. Aus dem Ausdruck für die kritische Geschwindigkeit $U = K \cdot D \cdot \frac{\mu}{\varrho}$ ergibt sich daher, daß sich bei steigender Temperatur die kritische Geschwindigkeit verringert, oder daß für wärmeres Wasser die Neigung zur Wirbelung stärker ist als für kälteres. Diese starke Abhängigkeit des Eintritts der Turbulenz von der Temperatur zeigte sich deutlich bei allen Versuchen; daher wurde bei jeder Messung die Temperatur des Wassers genau bestimmt.

Diskussion der Resultate.

In der Figurentafel sind die Ergebnisse für Luft, Kohlensäure, Sauerstoff, Leuchtgas und Wasser aufgetragen; als Abszissen sind die Geschwindigkeiten des Gasstroms, als Ordinaten die der abgegebenen Energie proportionale Größen $C \cdot J^2$ aufgetragen; längs einer Kurve war also die Heizung konstant. Die Kurven haben alle dieselbe charakteristische Gestalt. Besonders bemerkenswert ist der bei einer gewissen Geschwindigkeit auftretende plötzliche Sprung in die Höhe, d. h. die sehr stark vermehrte plötzliche Wärmeabgabe. Nach diesem Sprung verlaufen die Kurven ungefähr in ihrer früheren Richtung weiter. Nimmt man diejenigen Werte der Geschwindigkeit, bei denen nach dem Sprung die ursprüngliche Richtung wieder angenommen ist, und setzt sie mit den übrigen dazu nötigen Daten in den Reynoldsschen Ausdruck für die kritische Geschwindigkeit ein, so erhält man im Mittel die Reynoldssche Konstante $K = 2000$. Es ist daher dieser Sprung in der Wärmeabgabe zurückzuführen auf das Eintreten der Wirbelung. Auch in der Galvanometereinstellung zeigt sich dieser Uebergang aus der stationären Bewegung in den turbulenten Zustand. In der Nähe des Auftretens des Kriteriums wird die Einstellung nicht mehr konstant, das Galvanometer pendelt unruhig um die Ruhelage hin und her. Diese Schwankungen werden größer und rascher, je mehr man in die Mitte des steil ansteigenden Teils der Kurve kommt und nehmen dann wieder ab. Hat sich die Ruhelage allmählich wieder hergestellt, so hat auch die Kurve wieder ihre ursprüngliche Richtung angenommen. Diese Schwankungen traten für das gleiche Gas immer an derselben Stelle auf und ließen sich im voraus berechnen. Der Beginn der Schwankungen fällt zusammen mit dem Beginn der Wirbelung; ihr Aufhören zeigt an, daß die Durchwirkung vollständig geworden ist. Der Bereich in unmittelbarer Nähe der

Turbulenz ist nicht stabil realisierbar, da hier beide Strömungszustände labil werden dergestalt, daß der jeweils bestehende die Tendenz hat in den andern überzugehen und auf diese Weise beim Beginn der Wirblung ein periodischer Uebergang des einen Zustandes in den andern stattfindet. Denn bei einer gewissen Geschwindigkeit wird der ursprünglich stabile poiseuillische Zustand labil: bei noch wachsender Geschwindigkeit wird auch diese Grenze überschritten und der turbulente Zustand stellt sich her. Dieser bietet aber größere Reibungswiderstände, so daß bei konstant bleibendem Druckgefälle die Strömungsgeschwindigkeit abnimmt und somit den Grenzwert wieder unterschreitet. Die Folge ist, daß dann der poiseuillische Zustand wieder stabil wird, mit dessen Einsetzen die Geschwindigkeit aber sofort zu wachsen beginnt, bis der Zustand labil und endlich wieder turbulent wird. Der letztere Zustand wird erst stabil, wenn das Druckgefälle groß genug ist, um auch bei seiner Existenz die Grenzgeschwindigkeit zu gewährleisten [1]). Mit dieser Deutung würden die Schwankungen während der Uebergangszone nichts anderes darstellen als diese periodischen Wechsel zwischen geordnetem und turbulentem Zustand. Ganz im Einklang hiermit stehen auch die von Reynolds gemachten Beobachtungen [2]). Auch bei ihnen zeigte sich z. B. die Einstellung seines Differentialmanometers, mit dem er das Druckgefälle in seiner Versuchsröhre maß, bei Eintritt der Turbulenz inkonstant. Und bei der Sichtbarmachung der Wirbel beobachtete er bei eintretender Turbulenz zunächst das Auftreten der sog. „flashes", d. h. das Erscheinen von Wirbelscharen, die auf eine kurze Strecke die Röhre erfüllten und denen wieder Stellen stabilen Strömungszustandes folgten. Bei Steigerung der Geschwindigkeit vermehrte sich die Zahl der plötzlich auftretenden Wirbel, bis endlich die Störung allgemein war.

Die Resultate sind in folgender Tabelle kurz zusammengestellt. Für die kritische Geschwindigkeit wurde von den Kurven diejenige Abszisse abgelesen, bei welcher die Kurve nach ihrem Sprung wieder die ursprüngliche Richtung angenommen hatte; hier war die Durchwirbelung vollständig. Diese Geschwindigkeit U ist in der 4. Vertikalreihe in cm/sec angegeben. Die erste Reihe enthält die untersuchte Substanz, die zweite und dritte die aus den Tabellen von Landolt und Börnstein entnommenen Daten für Dichte ϱ

1) Nach Bose und Dauert, phys. Zeitschrift X, 32.

2) Philos. Trans. 1883.

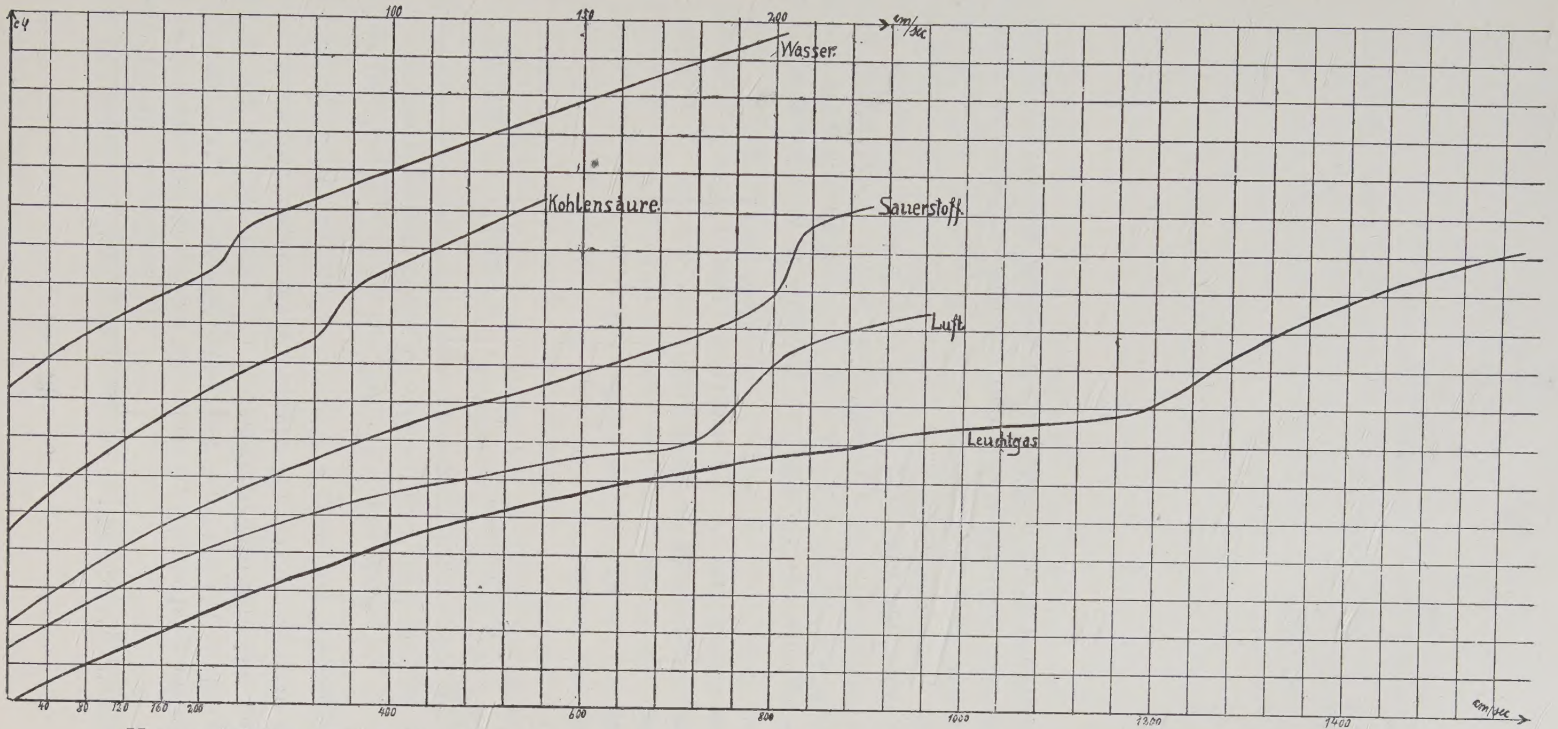
und Koeffizient der innern Reibung μ; bei Wasser ist die Temperatur 16° C. angegeben.

Die letzte Reihe enthält die aus den Daten berechnete Reynoldssche Zahl. Zu der Messung mit Leuchtgas ist zu bemerken, daß hierfür der Wert für den Reibungskoeffizienten nicht bekannt war. Es wurde daher die Konstante $K = 2000$ zugrunde gelegt und hieraus nach der Formel $\frac{U \cdot D \cdot \varrho}{\mu} = 2000$ der Reibungskoeffizient des Leuchtgases zu ca. $1400 \cdot 10^{-7}$ berechnet.

Der Durchmesser D der Glasröhre war 0,3764 cm.

Substanz	Dichte ϱ	Reibungskoeffiz. μ	Kritische Geschwindigkeit U in cm/sec.	Regnoldsche Zahl $K = \frac{U.D.\varrho}{\mu}$
Luft	0,0012	1800.10−7	**800**	**2007**
Kohlensäure	0,0019768	1500.10−7	**360**	**1786**
Sauerstoff	0,00133	2000.10−7	**830**	**2077**
Leuchtgas	0,00048	**1390.10**−7	**1540**	2000
Wasser	0,99897 (bei 16° C.	111.1 0−3	**60**	**2033**

Die Konstanten K stimmen gut überein; der einzige abweichende Wert bei Kohlensäure mag in einer unrichtigen Annahme für μ seinen Grund haben. Eine Messung mit Wasserstoff konnte nicht gemacht werden, weil es nicht möglich war, die außerordentlich großen Geschwindigkeiten, die nötig gewesen wären, mit dem hier benützten Druckapparat herzustellen. Eine neue Versuchsanordnung wurde nicht gemacht, weil sich die Methode, die für vier Gase und für Wasser richtige Werte geliefert hatte, bewährt hatte.



Kurventafel zu den kritischen Geschwindigkeiten von Luft, Kohlensäure, Sauerstoff, Leuchtgas, Wasser.

Anmerkung: Bei Wasser ist der Maßstab der Abscisse 4mal größer als bei den anderen Gasen; oben eingezeichnet.

Lebenslauf.

Ich, Karl Rieder, bin am 20. Juni 1884 in Lauterburg, OA. Aalen, als Sohn des † Volksschullehrers Georg Rieder geboren. Nachdem ich die dortige Volksschule durchlaufen hatte, besuchte ich von 1898 bis Herbst 1902 das Volksschullehrerseminar in Künzelsau, war einige Jahre im Volksschuldienst tätig, bestand 1907 die Reifeprüfung an der Oberrealschule in Hall und war von 1907 bis 1912 an den Universitäten Tübingen und München immatrikuliert. Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Tübingen vom Sommersemester 1910 bis Wintersemester 1911/12 ausgeführt.

Allen meinen Lehrern spreche ich meinen tiefsten Dank aus, besonders Herrn Prof. Dr. Paschen und Herrn Prof. Dr. Gans für die Anregung und die Unterstützung bei der Fertigstellung dieser Arbeit.